Le pendule ondulant

Introduction :

Et si la « Physique animée » s'accordait une vidéo à la frontière entre la physique et l'art ? Entre les mathématiques et la beauté d'un serpent ondulant ? Entre les phénomènes oscillatoires et la magie de l'instant présent ? Entre l'opposition de phase et l'opposition tout court ? Entre les calculs de périodes et la surprise des retrouvailles ?

Et si, au-delà des théories compliquées et des calculs parfois austères, la physique pouvait étonner et faire rêver …

Cette vidéo de la collection « La physique animée » est consacrée à un système, le pendule ondulant, qui se veut être sérieux mais aussi ludique, voire artistique, à l'image du « large pendulum wave » du néerlandais Ivo Schoofs.

Mais en quoi consiste t'il et comment le fabriquer ?

Deux oscillateurs non couplés :

Prenons deux oscillateurs non couplés, comme deux pendules simples de longueurs différentes ou deux métronomes posés sur une table.

On fixe une fréquence pour le 1er métronome et on choisit une fréquence légèrement plus élevée pour le 2nd ; on observe que, régulièrement, les deux métronomes se retrouvent en phase ou en opposition de phase.

Et dans le cas des pendules simples, comment choisir leurs longueurs pour qu'ils se retrouvent en phase au bout de N oscillations du premier pendule ?

La longueur du premier pendule est choisie plus grande que celle du deuxième.

La période du premier est donc supérieure à celle du second pendule : .

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} > T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}} \quad (L_1 > L_2)$$

Supposons les deux pendules en phase à l'instant initial.

Les deux pendules se retrouvent en phase au bout de N oscillations du premier et, par exemple, N+1 oscillations du second. Ainsi :

$$NT_1 = (N+1)T_2$$

Soit :

$$N\sqrt{L_1} = (N+1)\sqrt{L_2}$$

On en déduit ainsi la condition qui fixe la longueur du deuxième pendule si on souhaite que les deux pendules se retrouvent en phase au bout de N oscillations :

$$L_2 = \left(\frac{N}{N+1}\right)^2 L_2$$

Avec un premier pendule d'un mètre de longueur, si l'on souhaite que les deux pendules soient de nouveau en phase au bout de 10 oscillations du premier pendule, la longueur du second devra être de 83 cm.

$$N = 10 \;\; ; \;\; L_1 = 1\,m \;\; ; \;\; L_2 \approx 83\,cm$$

Expérience sur le pendule ondulant :

Nous avons disposé successivement 17 pendules non couplés et de longueurs différentes, sur une tige en métal.

Les longueurs des pendules sont choisies pour que, si le 1er a effectué 20 oscillations en 20 secondes, le second en a effectué une de plus, et ainsi de suite pour les suivants.

Tous les pendules sont libérés en même temps de la même hauteur : on observe des motifs réguliers, composés par exemple de vagues et de moments où certains groupes de pendules sont en phase ou en opposition de phase.

Les pendules semblent avoir des mouvements coordonnés entre eux et se retrouvent tous en phase à la fin d'un cycle.

On voit ici trois groupes de pendules, là deux groupes en opposition de phase puis de nouveau trois groupes et la fin du cycle.

Comment construire un tel pendule ?

Choisissons, plus simplement que dans la vidéo, une longueur de 1 m pour 1er pendule, le plus long.

Comment déterminer les longueurs des différents pendules ?

Décidons, par exemple, que les pendules, initialement tous en phase à l'instant initial, se retrouvent de nouveau tous ensemble en phase au bout de N = 20 oscillations du 1er pendule, le plus long.

$$N = 20 \;\; ; \;\; L_1 = 1\,m$$

Le deuxième pendule aura oscillé durant 21 oscillations, ainsi :

$$20\,T_1 = 21\,T_2 \quad ; \quad 20\left(2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}\right) = 21\left(2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}\right)$$

Sa longueur est donc égale à 90,7 cm.

$$L_2 = \left(\frac{20}{21}\right)^2 L_1 = 90{,}7\,cm$$

De même, le 3ème pendule aura oscillé pendant 22 fois sa propre période. Sa longueur devra être de 82,7 cm.

$$L_3 = \left(\frac{20}{22}\right)^2 L_1 = 82{,}7\,cm$$

Et ainsi de suite pour les autres pendules.

Que se passe t'il au bout de 10 oscillations du premier pendule ?

Les pendules indicés 3, 5, 7, etc auront effectués 11, 12, 13 … oscillations. Ils seront donc en phase avec le premier pendule.

Par contre, les pendules de rangs pairs auront effectué 10,5, 11, 5, 12, 5 … oscillations. Ils seront donc en opposition de phase avec le premier pendule.

C'est bien ce que l'on observe sur la vidéo.
