

Texte de la 354^e conférence de l'Université de tous les savoirs donnée le 19 décembre 2000.

Périodicité et Chaos dans le Système Solaire
Par Jacques Laskar

Des épicycles aux ellipses

Le mouvement des planètes du système solaire a longtemps été considéré comme le symbole même de la régularité. Pendant plus de deux mille ans, depuis les premiers modèles épicycliques d'Hipparque et Ptolémée, jusqu'aux théories planétaires de Le Verrier comportant des milliers de termes périodiques, plusieurs générations d'astronomes ont cherché à prédire le plus exactement possible le mouvement des planètes. L'enjeu était de taille, et débordait largement la simple prédiction de la position de ces astres à peine remarquables qui servaient à régler les calendriers ou à établir les horoscopes. Il s'agissait en effet de comprendre le système du monde, et la place de la Terre dans l'univers. Ainsi, pendant plusieurs siècles, la recherche de modèles permettant de parfaire les éphémérides des planètes est apparue comme la brèche permettant d'accéder à cette connaissance supérieure.

Le mérite de l'astronomie grecque, dont l'essentiel nous a été transmis par l'Almageste de Ptolémée, fut d'ordonner le mouvement des « astres errants » au moyen d'une représentation sous forme de combinaisons de mouvements circulaires uniformes, les épicycles. Ces modèles phénoménologiques, qui permettaient de rendre compte des mouvements des planètes avec une précision compatible avec les observations effectuées à l'œil nu, furent utilisés avec succès pendant plus de quinze siècles ! On conçoit alors l'audace de Kepler qui entre 1596 et 1619, accepte l'héliocentrisme de Copernic et renonce à la perfection des mouvements circulaires uniformes des anciens pour adopter des orbites elliptiques fixes.

Le système de Kepler gagne en stabilité: les orbites de toutes les planètes deviennent périodiques, et reviennent exactement sur leur trace après avoir effectué une révolution autour du soleil. Ce n'était pas le cas des modèles géocentriques avec épicycles dont les solutions, représentant le mouvement apparent des planètes vu de la Terre, ne se refermaient pas sur elles mêmes car les périodes orbitales des planètes ne sont pas dans des rapports rationnels avec celle de la Terre. Pour Kepler, le problème de la stabilité ne se pose pas, et l'évolution du mouvement des planètes reste immuable, sur un temps infini. Cet abandon du dogme des mouvements circulaires uniforme des grecs constitue une étape décisive dans l'histoire de l'astronomie, mais on peut remarquer que si on repère la position de la planète sur l'ellipse par l'aire M balayée par le rayon SJ depuis le périhélie (P) (**fig.1**), grâce à la deuxième loi de Kepler (des aires égales sont balayées en des temps égaux), on retrouve pour M un mouvement uniforme. En ce sens, on peut donc considérer que Kepler remplace tous les épicycles de Ptolémée (ou de Copernic) par un seul mouvement circulaire uniforme par planète, au prix d'un changement de variables.

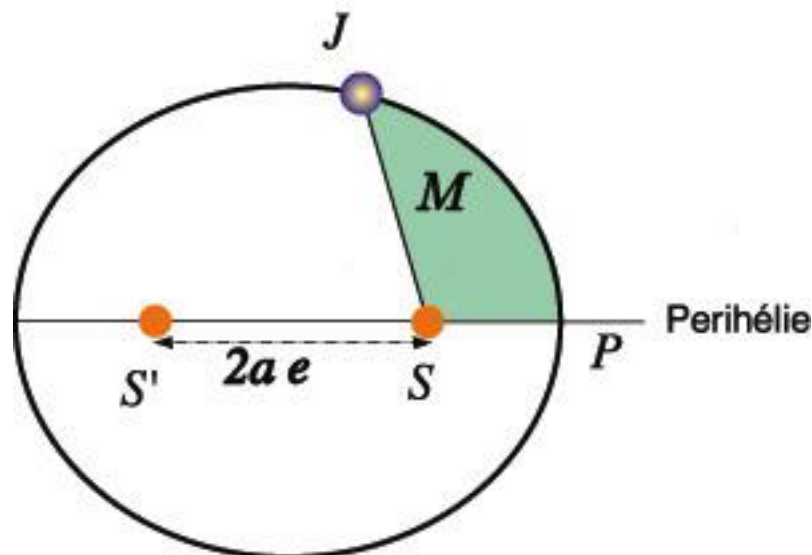


Figure 1: Mouvement d'une Planète (J) autour du Soleil (S) selon Kepler. L'angle $\nu=PSJ$ n'évolue pas de manière uniforme en fonction du temps, mais si on choisit un autre angle, proportionnel à l'aire M balayée par SJ , on retrouve un mouvement uniforme (deuxième loi de Kepler) $M=2\pi t/T$, où t est le temps, et T la période orbitale de la planète.

Le modèle empirique de Kepler, séduisant par sa simplicité ne résistera pas longtemps : en 1687, Newton publie la loi de gravitation universelle...

En restreignant cette loi à l'interaction entre une planète isolée et le soleil, on retrouve bien les ellipses de Kepler, mais la loi de Newton est une loi physique qui est supposée s'appliquer à tous les corps. En particulier, les planètes s'attirent aussi entre elles, et les perturbations qu'elles induisent vont donc sûrement détruire le bel ordonnancement apporté par Kepler . C'était en tout cas la conclusion de Newton, pour qui les perturbations entre les planètes étaient suffisantes pour détruire la stabilité du système solaire. Les planètes évoluent selon la loi de gravitation universelle, mais elles se dérèglent, et une intervention divine est nécessaire de temps à autre pour en rétablir l'ordonnancement.

La stabilité du système solaire

Le problème de la stabilité du système solaire ainsi énoncé resta un des problèmes scientifiques les plus importants durant tout le XVIII^e siècle, en résistant aux efforts de mathématiciens aussi prestigieux que Clairault, Euler, ou d'Alembert.

Une étape décisive sera franchie par Laplace et Lagrange dans les années qui précèdent la Révolution. Lagrange eut l'idée d'utiliser comme variables pour caractériser la position et la vitesse d'une planète, les éléments de l'ellipse de Kepler qu'elle décrirait si elle se trouvait seule autour du soleil. En raison des perturbations exercées par les autres planètes, ces éléments elliptiques ne sont plus constants, mais subissent des petites variations déterminées par la configuration des planètes. Sous cette forme, le problème devient plus accessible, à condition bien sûr d'effectuer les calculs qui restent encore d'une grande complexité. Laplace montre alors que les valeurs moyennes des grands axes des orbites des planètes ne changent pas, contrairement à ce que laissaient supposer les observations anciennes des mouvements de Jupiter et Saturne. Il montre aussi que ce changement apparent des vitesses angulaires de Jupiter et Saturne est en fait une oscillation périodique, de période environ 900 ans, résultant des interactions gravitationnelles entre les deux planètes, amplifiées par une quasi résonance entre les mouvements de Jupiter et Saturne (Jupiter effectue 5 révolutions autour du Soleil quand Saturne en accomplit 2). En calculant plusieurs autres

termes, Laplace parvint alors montrer que la seule loi de Newton peut expliquer le mouvement des planètes sur plus de deux mille ans, depuis les observations les plus anciennes transmises par Ptolémée, jusqu'aux plus récentes. Ce résultat prodigieux tient sans doute une grande part dans l'origine du déterminisme chez Laplace : n'a-t-il pas réussi à expliquer tout le passé, et à prédire le futur, par la seule donnée du présent, grâce à l'équation de Newton ?

Retour aux épicycles

Après avoir montré cette toute-puissance des équations de la mécanique céleste, Lagrange et Laplace examinent le problème de la stabilité à long terme du système solaire. Pour cela, ils vont considérer l'approximation au premier ordre des équations du mouvement à long terme du système solaire, comme le fait aujourd'hui tout physicien qui veut comprendre les effets les plus importants du phénomène qu'il étudie. Ils montrent alors que les orbites des planètes se déforment lentement au cours du temps (**fig.2**). Elles vont lentement tourner dans leur plan (précession du périhélie), et le plan de l'orbite va aussi tourner lentement dans l'espace (précession du nœud). Un foyer (S) de l'ellipse reste toujours au Soleil, et on peut considérer alors que c'est le deuxième foyer ($S'S$) qui évolue. Cette évolution n'est pas un simple mouvement circulaire, mais une composition de plusieurs mouvements circulaires uniformes, avec des périodes lentes, allant de 45 000 ans à près de deux millions d'années. En raison de cette composition de mouvements circulaires uniformes, en plus de la précession des ellipses, on assiste à une déformation des orbites qui seront tantôt plus allongées, tantôt plus circulaires. De même, on aura une variation similaire de leur inclinaison par rapport à un plan fixe. On retrouve ici pour le deuxième foyer de l'ellipse, des épicycles dont Kepler avait cru pouvoir se débarrasser !

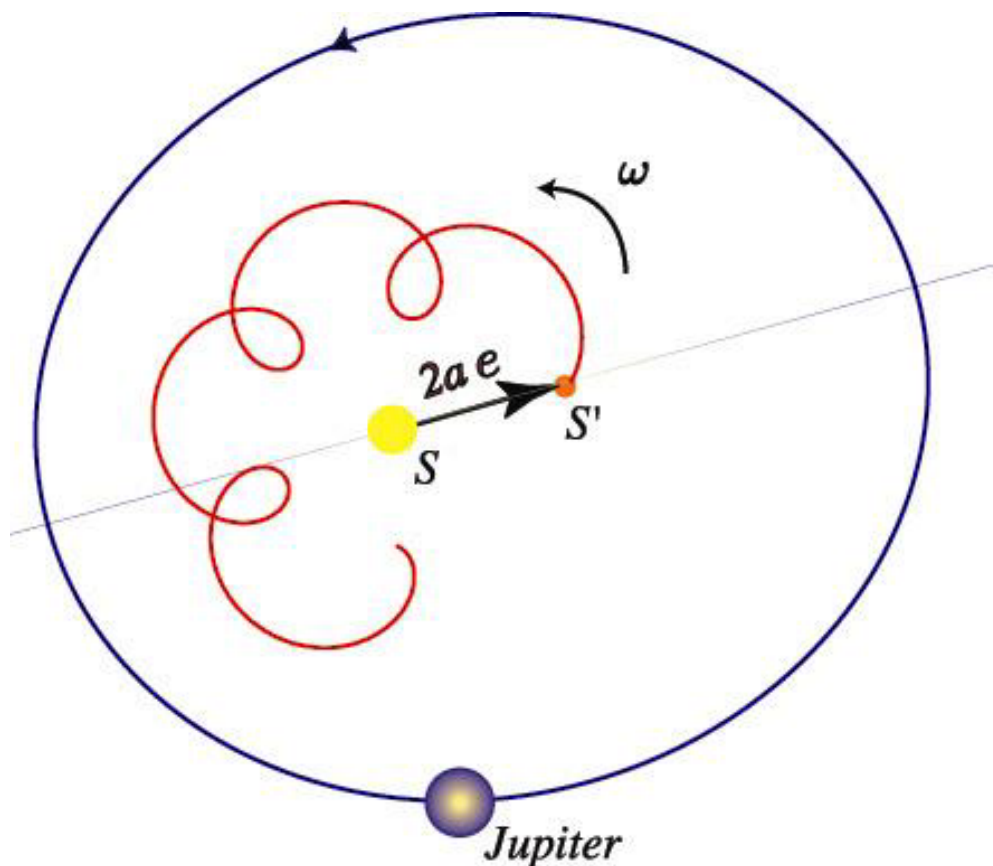


Figure 2 : Évolution de l'orbite de Jupiter sur 200 000 ans. Dans la solution de Laplace et Lagrange, les orbites des planètes ne sont pas des ellipses fixes. En raison des

perturbations gravitationnelles des autres planètes, le deuxième foyer de leur ellipse ($S'S'$) décrit un mouvement complexe, mais régulier, résultant de la composition de plusieurs mouvements circulaires uniformes. Le grand axe de l'ellipse (SaS') reste constant, mais la distance entre les deux foyers $2ae$ varie en même temps que l'excentricité e . L'ellipse précède donc lentement, et devient tantôt plus allongée (forte excentricité), tantôt plus circulaire (faible excentricité).

Ces résultats constituent une première « preuve » de la stabilité du système solaire. Laplace et Lagrange ont montré que les grands axes des ellipses ne subissent que de très faibles oscillations autour de leur valeur moyenne, et que leurs excentricités subissent des variations importantes, mais qui ne sont pas suffisantes pour permettre des collisions entre les orbites. Par ailleurs, ces mouvements sont réguliers, et s'expriment comme une composition de mouvements circulaires uniformes pour le deuxième foyer des ellipses de Kepler. À condition de connaître les valeurs précises des différentes fréquences de ces mouvements, que l'on peut obtenir par ajustement aux observations, on peut donc espérer prédire le mouvement du système sur une durée très grande, qui augmentera avec la précision de la détermination des constantes du mouvement.

Le problème de la stabilité du système solaire semblait réglé. Pourtant, le XIX^e siècle verra encore plusieurs « preuves » de la stabilité du système solaire, mais comme le fit remarquer le mathématicien Henri Poincaré, ces « preuves » successives ne portent que sur des approximations. Poincaré montrera que ces différentes approximations, qui consistent à rajouter toujours plus de termes dans les séries entrant en jeu dans les équations de Lagrange, ne convergent pas, ce qui veut dire qu'elles ne permettront jamais de fournir une solution précise du mouvement des planètes sur un temps infini et donc de statuer sur leur stabilité. Il montrera aussi que les mouvements des corps célestes peuvent engendrer des trajectoires extrêmement complexes que l'on appelle aujourd'hui « solutions chaotiques ». Mais pour Poincaré, ces considérations mathématiques, ne devaient s'appliquer que dans la recherche très théorique de solutions sur un temps infini. Elles ne devaient pas empêcher les astronomes d'effectuer leurs calculs, car ceux-ci pouvaient fort bien fournir une solution de grande précision sur un temps fini, à condition de ne pas utiliser un trop grand nombre de termes dans ces séries divergentes, ce qu'on était de toute manière bien incapable de faire en raison du grand nombre de variables en jeu.

Variations climatiques

Le Verrier, rendu fameux en 1846 pour la découverte de Neptune publiée en 1856 dans les annales de l'Observatoire de Paris une solution pour l'évolution à long terme de l'ensemble des planètes, et donc en particulier pour le mouvement de la Terre. Cette solution fournit les variations de l'excentricité de la Terre sur des grandes durées de l'ordre du million d'années (**Fig. 3**).

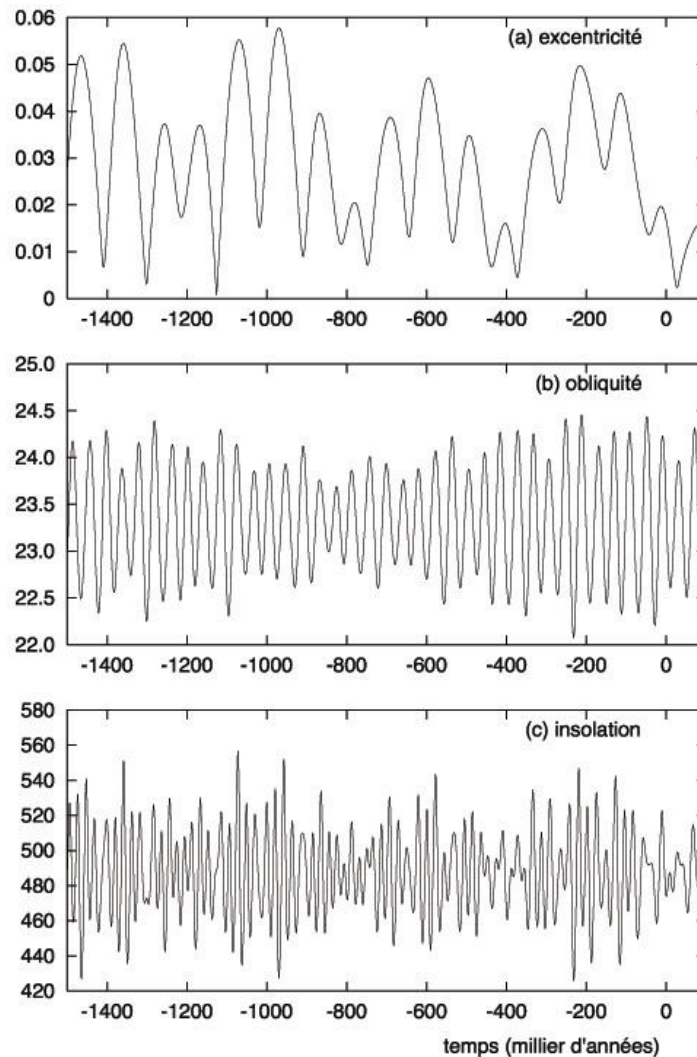


Figure 3 : Variations de l'excentricité (a), de l'orientation de l'axe de la Terre (b) et de l'insolation en été à 65 degrés de latitude nord (c) en fonction du temps (de -1.5 à 0.1 million d'années).

En fait, tout comme la forme de l'ellipse n'est pas constante, le plan de l'orbite de la Terre n'est pas non plus un plan fixe, mais tourne lentement dans l'espace, et son orientation varie aussi de quelques degrés par rapport à un plan fixe. Une conséquence importante de ces variations lentes, dues aux perturbations planétaires est que l'angle entre l'équateur de la Terre et le plan de son orbite (cet angle est appelé l'obliquité de la Terre) ne reste pas constamment égal à $23^{\circ}27'$.

Tout d'abord, en raison de l'attraction exercée sur le bourrelet équatorial de la Terre par la Lune et le Soleil, l'axe de la Terre décrit un cône dans l'espace comme le fait une toupie. La direction de l'axe de rotation trace un large cercle sur la voûte céleste en 26 000 ans environ. Ce mouvement, appelé précession des équinoxes était connu depuis les observations d'Hipparque, mais les perturbations planétaires vont rajouter à ce mouvement (encore circulaire uniforme) une oscillation supplémentaire de l'axe d'environ 1,5 degré autour de sa valeur moyenne (**fig.3b**).

Nous voyons donc que sous l'effet de l'attraction des planètes entre elles, les paramètres qui définissent l'orbite de la Terre dans l'espace et son orientation ne sont pas fixes, mais varient tous lentement, avec des périodes de plusieurs dizaines de milliers d'années. Dès la parution de ces solutions, et sans doute même déjà à la suite des travaux de Lagrange et Laplace, s'est posée la question des conséquences de ces variations de la forme de

l'orbite de la Terre sur le climat à sa surface. En particulier, James Croll (1875) analyse en détail l'influence de la variation de l'excentricité de la Terre et de son obliquité sur les climats du passé. Il s'agissait en effet de trouver une explication à l'existence des grandes périodes glaciaires du passé mises en évidence par le géologue Louis Agassiz (1840).

Il faudra attendre Milutin Milankovitch (1941) pour avoir un scénario plus complet proposant les variations de l'orbite et de l'orientation de la Terre comme la source du déclenchement des périodes glaciaires du passé. Milankovitch considère que la bonne quantité à prendre en compte est l'insolation (puissance solaire par m^2) reçue dans les hautes latitudes en été (**fig.3c**). En effet, si cette insolation n'est pas assez grande, dans la région située à la limite des calottes polaires, les glaces formées pendant l'hiver ne fondent pas suffisamment durant l'été, et s'accumulent alors d'une année sur l'autre. Comme la neige réfléchit la chaleur solaire, l'augmentation de la calotte polaire induit alors un refroidissement global de la température sur Terre et le passage dans une période glaciaire avec un refroidissement moyen d'environ 5 degrés.

On doit dire ici que le scénario précis de ce passage en période glaciaire n'est pas encore parfaitement connu, en raison de la grande complexité de la machine climatique Terre, mais la comparaison entre des courbes résultants de modèles simples issus de l'insolation et les courbes des températures déduites de l'étude des données issues des forages sédimentaires est très convaincante.

Les traces des climats du passé

La théorie de Milankovitch des climats a beaucoup gagné en crédibilité quand des mesures quantitatives précises des températures globales à la surface de la Terre ont été effectuées dans les années 70 par les mesures isotopiques du rapport O^{18}/O^{16} dans les sédiments marins. L'oxygène 18 étant plus lourd que l'oxygène 16, les molécules d'eau formée d' O^{16} s'évaporent le plus, et vont ensuite, après transport par les nuages, précipiter sur les pôles sous forme de neige, et augmenter l'épaisseur de la calotte polaire. En période froide, les calottes polaires sont épaisses, ce qui diminue la quantité d' O^{16} dans les océans, et donc augmente le rapport isotopique O^{18}/O^{16} . Il ne reste plus qu'à obtenir un moyen de retrouver cette concentration O^{18}/O^{16} dans les océans à des époques très reculées.

Heureusement, dans ces océans vivent un grand nombre d'organismes microscopiques, les foraminifères, qui secrètent un squelette calcaire utilisant des atomes d'oxygène provenant de l'eau qui les entoure. Quand ils meurent, leurs squelette se déposent par couches successives sur le fond des océans, en fournissant ainsi un témoignage du rapport isotopique O^{18}/O^{16} de l'époque. À l'aide d'un forage marin, on retrouve toutes ces couches successives, sur des profondeurs de plusieurs kilomètres, ce qui fournit des indications des climats sur passé, sur des durées de plusieurs dizaines de millions d'années.

Ces techniques se perfectionnent de plus en plus, et les géologues utilisent aussi maintenant plusieurs autres indicateurs qui peuvent témoigner de ces variations climatiques du passé. Très naturellement, les paléoclimatologues, spécialistes de la recherche des traces et de la modélisation de ces climats anciens, ont donc eu besoin de solutions pour l'évolution de l'insolation à la surface de la Terre de plus en plus précises, sur des durées de plus en plus longues. L'espoir étant d'utiliser cette solution astronomique comme une échelle absolue pour la datation géologique. Cette étude des climats du passé a donc motivé la recherche d'une solution pour l'évolution de l'orbite et l'orientation de la Terre dans le passé, la solution de Le Verrier, même en tenant compte d'améliorations ultérieures dues à Hill (1897), ne pouvant pas suffire pour des durées de plus d'un million d'années.

Chaos dans le Système Solaire, la fin des épicycles

C'est en cherchant à construire une telle solution pour le mouvement des planètes du système solaire sur des durées de l'ordre de 100 millions d'années que j'ai découvert en 1989 que le mouvement du système solaire complet, et en particulier du mouvement de la Terre, est chaotique. Chaotique ne veut pas dire que la Terre fait n'importe quoi, ni qu'elle va subir de violent changement dans sa trajectoire et entrer en collision avec une autre planète ou le Soleil en quelques milliers d'années. Son mouvement est toujours déterminé par les équations de gravitation, essentiellement les équations de Newton, complétées par des corrections pour tenir compte des termes dus à la relativité générale. Ces équations sont parfaitement déterministes, et si on en supposait tous les paramètres connus exactement, il existerait une seule solution à ce mouvement, qui serait aussi parfaitement déterminée.

Le problème, déjà connu de Poincaré à la fin du XIX^e siècle, est le comportement des solutions dans un voisinage de cette solution connue. En effet, on ne connaît jamais exactement les conditions initiales, et certainement pas davantage les masses et autres paramètres du système. Il n'est pas possible non plus de tenir compte de tous les effets qui entrent en compte dans ce problème, car ce serait faire une théorie de l'univers tout entier. Quand des mouvements sont réguliers, ils peuvent se ramener à des combinaisons de mouvements circulaires uniformes, similaires aux mouvements épicycliques des grecs. Une imprécision du modèle ou des paramètres se traduit par des erreurs sur les périodes ou les rayons de ces mouvements circulaires, et l'erreur éventuelle augmentera avec le temps, mais de manière limitée, comme l'écart entre deux trains n'allant pas exactement à la même vitesse.

Dans le cas d'un mouvement chaotique, il en est tout autrement, et les trajectoires sont très sensibles aux variations des conditions initiales. Dans le cas du mouvement de la Terre, l'erreur sur la trajectoire est multipliée par 10 tous les 10 millions d'années. Si cette erreur initiale est de 15 m (bien inférieure à l'incertitude actuelle), après 10 Ma, cette erreur devient 150m après 20 Ma, 1500m après 30 Ma, 15 km, ... et après 100 millions d'années, cette erreur atteint 150 millions de km, soit la distance Terre-Soleil. Ceci ne veut pas dire que la Terre entre alors en collision avec le Soleil. L'incertitude provient surtout d'une imprécision dans l'orientation de l'orbite de la Terre (**fig. 4**), mais ce calcul montre qu'il n'est pas possible d'obtenir une solution précise pour le mouvement de la Terre (et à plus forte raison pour son orientation) sur une durée de plus de quelques dizaines de millions d'années. En revanche, il sera possible de fournir une solution très précise sur 10 à 30 millions d'années.

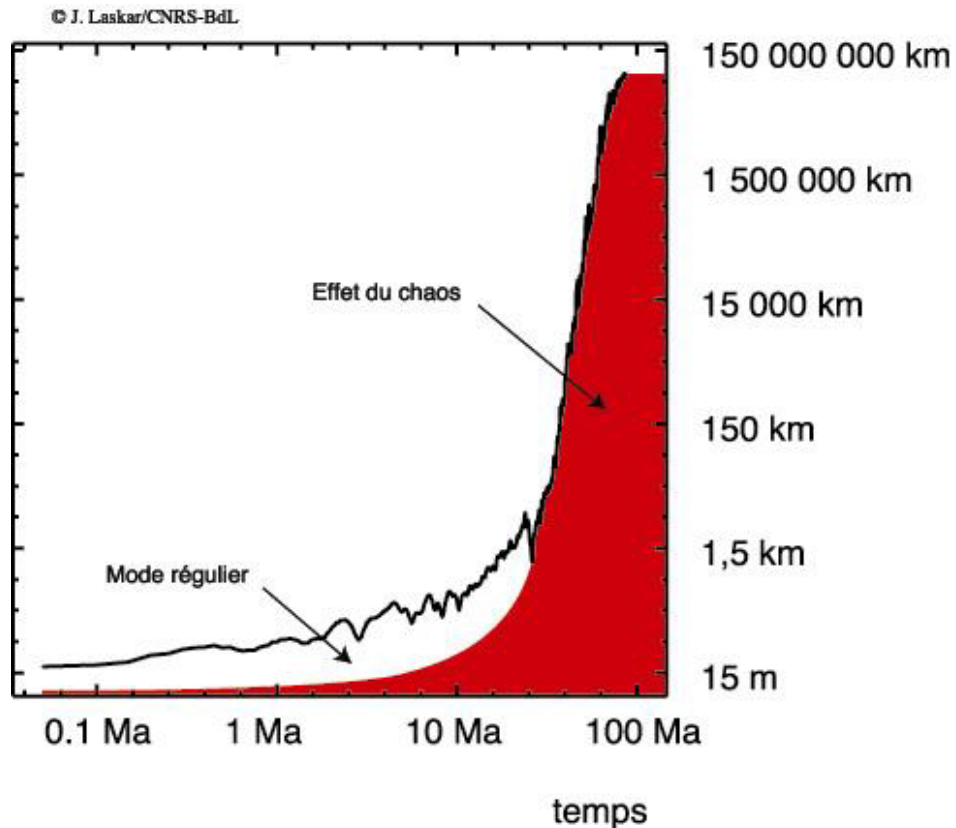


Figure 4 : Évolution typique de l'erreur sur la trajectoire de la Terre avec une erreur initiale de 15 m sur sa position.

Le programme qui voulait utiliser les calculs de la mécanique céleste pour établir une échelle de temps absolue pour les périodes géologiques est donc à revoir. Même en imaginant atteindre une précision de 15 microns sur la position de la Terre et en supposant pouvoir aussi tenir compte de tous les corps célestes qui induisent des perturbations de cet ordre, soit plusieurs milliers d'astéroïdes, le progrès réalisé serait dérisoire : l'incertitude atteindrait tout de même 150 millions de kilomètres au bout de 160 millions d'années...

Ces résultats ont d'abord suscité une incrédulité bien compréhensible. Ne savait-on pas que le système solaire était stable ? Et comment cette instabilité annoncée s'accordait-elle avec l'âge reconnu de 4,5 milliards d'années de notre système solaire, ou avec l'idée que depuis plusieurs millions d'années, la Terre jouit d'une relative stabilité climatique ?

Tout d'abord, il faut souligner que sur une durée de 10 millions d'années, les irrégularités du mouvement des planètes sont à peine perceptibles, et il est parfaitement possible de pouvoir calculer avec grande précision l'évolution de leurs orbites sur cette durée.

Ensuite, comme l'avait déjà souligné Poincaré, les anciennes « preuves » de stabilité du système solaire ne reposent que sur des approximations. Il n'y a donc pas de réelles contradictions avec les résultats, souvent mal connus, des anciens. Poincaré n'avait-il pas lui-même déclaré en 1898 « qu'un jour peut-être un mathématicien ferait voir, par un raisonnement rigoureux, que le système planétaire est instable » ? Les calculs effectués sur ordinateurs n'ont pas la rigueur évoquée par Poincaré, mais possèdent le gros avantage de pouvoir s'appliquer à des problèmes encore hors de portée des mathématiques.

Calibration astronomique des séries géologiques

Cette limitation sur l'obtention d'une série précise du calcul de l'insolation à la surface de la Terre au-delà de 30 millions d'années environ peut cependant être contournée, sous certaines conditions.

En effet, le mouvement chaotique du système solaire résulte surtout des interactions entre les lents mouvements de précession des planètes les plus internes (Mercure, Venus, la Terre, et Mars). En revanche, le mouvement des grosses planètes (Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune) est très régulier. Par couplage gravitationnel avec les planètes intérieures, leur mouvement sera aussi chaotique, mais l'effet de ce chaos ne se manifeste que sur une durée beaucoup plus grande. Toujours en raison de ce couplage entre les différents mouvements planétaires, on peut retrouver dans le mouvement de la Terre les composantes régulières, provenant des grosses planètes. Si ces termes apparaissent dans l'expression de l'insolation, on pourra alors utiliser cette composante régulière pour établir l'échelle de temps recherchée.

Il existe effectivement une composante de la variation d'excentricité de la Terre, de période 400 000 ans environ, qui provient du mouvement des grosses planètes. Cette composante semble se retrouver dans les données sédimentaires et peut être alors utilisée comme échelle de temps. C'est en particulier ce qui a été réalisé récemment par Paul Olsen et ses collaborateurs pour établir une échelle de temps sur des séries sédimentaires lacustres obtenues dans la région de New York, sur une période de 30 millions d'années située il y a environ 200 millions d'années, à la limite entre les périodes géologiques du triassique et du jurassique.

Il n'existe pas de série géologique sédimentaire continue couvrant toute la période, depuis le temps présent jusqu'à ces données, à -200 Ma, mais les géologues disposent actuellement de plusieurs forages, chacun recouvrant quelques dizaines de millions d'années sur cette période. L'espoir actuel sera d'obtenir suffisamment de données qui puissent se recouvrir, afin d'obtenir un enregistrement continu de l'histoire climatique de la Terre dans les derniers 200 Ma, et de tenter d'établir alors une échelle géologique sur cette période en accord avec les calculs astronomiques. Ce projet demandera certainement encore de nombreuses années avant d'être mené à terme, mais s'il aboutit, il fournira à l'inverse une contrainte extrêmement forte sur les modèles gravitationnels décrivant l'évolution du Système Solaire.

Références :

- Imbrie (J.), et Imbrie (K.), *Ices ages, Solving the Mystery*, Harvard University Press.
- Joussaume (S.), « Climats et paysages et de l'ère préhistorique » in *Université de tous les savoirs*, vol 1, Odile Jacob, Paris, pp. 163-176, 2000.
- Joussaume (S.), *Climats d'hier et d'aujourd'hui*, CNRS éditions, Paris, 1979-1993.
- Laskar (J.), « A numerical experiment on the chaotic behaviour of the Solar System », *Nature*, 338, 237-238, 1989.
- Laskar (J.), « La stabilité du Système Solaire », in *Chaos et Déterminisme*, A. Dahan et al. Eds, p.170-211, Points Seuil, Paris, 1992.
- Laskar (J.), « La Lune et l'origine de l'homme », *Pour la Science*, 186, 34-41 (avril 1993), 1993.
- Laskar (J.), Joutel (F.) et Boudin (F.), "Orbital, precessional, and insolation quantities for the Earth from -20Myr to +10Myr", *Astron. Astrophys.*, 270, 522-533, 1993.
- Laskar (J.), *Chaos à grande échelle dans le Système Solaire et implications planétologiques*, CRAS, 322, IIa, 163-180, 1996.
- Peterson (I.), *Le Chaos dans le Système Solaire*, Belin, 1996.
- Schakleton (N.-J.), McCave (I.-N.) et Weedon (G.-P.), eds, *Astronomical (Milakovitch) calibration of the geological time-scale*, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A. 357, 1731-2007, 1999.